

c)  $\int \cos(\ln x) dx$

Tomemos:  $\begin{cases} u = \cos(\ln x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\sin(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cdot \cos(\ln x) - \int x \cdot [-\sin(\ln x) \cdot \frac{1}{x}] dx$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cdot \cos(\ln x) + \int \sin(\ln x) dx$$

Integral por partes

$$\begin{cases} u = \sin(\ln x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \cdot \cos(\ln x) dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cdot \cos(\ln x) + x \cdot \sin(\ln x) - \int x \cdot \frac{1}{x} \cdot \cos(\ln x) dx$$

$$\int \cos(\ln x) dx = x \cdot \cos(\ln x) + x \cdot \sin(\ln x) - \int \cos(\ln x) dx + c$$

$$\int \cos(\ln x) dx + \int \cos(\ln x) dx = x \cdot \cos(\ln x) + x \cdot \sin(\ln x) + c$$

$$2 \int \cos(\ln x) dx = x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] + c$$

$$\int \cos(\ln x) dx = \frac{x}{2} [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] + \left(\frac{c}{2}\right) c'$$

EJERCICIO 4: Aplicar el método de descomposición en fracciones simples, para obtener las siguientes primitivas.

a)  $\int \frac{x^4 - 3x^3 - 21x^2 + 85x - 63}{(x+5)(x^2 - 4x + 3)} dx$

Llamemos  $P(x)$  al polinomio del numerador y  $Q(x)$  al polinomio del denominador. Como el grado de  $P(x)$  es mayor al grado de  $Q(x)$  estamos en el caso 1) de resolución de integrales de expresiones racionales.

Multiplicando el denominador  $Q(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15$

Dividiendo:

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^3 - 21x^2 + 85x - 63 \quad | \quad x^3 + x^2 - 17x + 15 \\ - (x^4 + x^3 - 17x^2 + 15x) \quad \quad \quad x - 4 \\ \hline - 4x^3 - 4x^2 + 70x - 63 \\ - (-4x^3 - 4x^2 + 68x - 60) \\ \hline \quad \quad \quad 2x - 3 \end{array}$$

cociente:  $C(x) = x - 4$

resto:  $R(x) = 2x - 3$

Luego:

$$\int \underbrace{(x-4)}_{\text{cociente}} dx + \int \frac{\underbrace{(2x-3)}_{R(x)}}{\underbrace{(x+5)(x^2-4x+3)}_{Q(x)}} dx$$

Integral a resolver por el método de fracciones simples

Apliquemos entonces, a la función integrando, fracciones simples.

Primero, escribamos a  $Q(x)$  factorizado:  $Q(x) = (x-3)(x-1)$ . Luego, las raíces del denominador son todas simples, estamos en el caso 2) tipo A).